



ریاضی‌کاری تکی یا گروهی

نازنین حسن‌نیا ♦ عکس: شادی رضائی

هم تحقیق می‌کنند. در گذشته ریاضی‌دان‌ها به تنهایی این کار را می‌کردند اما امروزه، پژوهش در ریاضیات هم به جمع کارهایی اضافه شده است که می‌توان آن را گروهی انجام داد. چگونه؟ مگر ممکن است؟ در این شماره ما با چند استاد پژوهشگر دانشگاه که به صورت گروهی روی مسائل ریاضی پژوهش می‌کنند گفت و گو کرده‌ایم تا به ما بگویند چگونه این کار را ممکن کرده‌اند. در این گفت و گو، آقای دکتر ایمان افتخاری، آقای دکتر ایمان ستایش، خانم دکتر فاطمه درودیان، و آقای دکتر علی کمالی‌نژاد حضور داشتند.

وقتی دانش آموز بودم، گاهی هنگام حل مسئله ریاضی، دچار مشکل می‌شدم و از دیگران کمک می‌گرفتم. گاهی هم در کتابخانه یا حیاط مدرسه به کمک هم بعضی از مسائل ریاضی را حل می‌کردیم. آرزویم این بود که سر جلسه امتحان هم ورقه ریاضی را با هم جواب بدهیم. یعنی امتحان گروهی! اما هیچ وقت نشد و شاید هیچ وقت دیگری هم نشود. اما در دانشگاه می‌شود. آن هم نه سر جلسه امتحان، بلکه در اتاق‌هایی که چند استاد ریاضی می‌نشینند و سر پیچیده‌ترین مسائل ریاضی با

چطور به ریاضیات مشغول شدیم؟

● **ستایش:** وقتی دانش آموز دبیرستان بودم، با جبر و آنالیز مقدماتی آشنا شدم. اما آنقدر برایم جذاب نبود که بخواهم یک عمر با آن کار کنم. این شد که در دانشگاه رشته برق را انتخاب کردم. البته ریاضی را هم به عنوان رشته دوم می‌خواندم. در همان دوره، آقای دکتر مهرداد شهشهانی در دانشکده ریاضی دانشگاه صنعتی شریف، درسی ارائه کردند که باعث شد من به ریاضی علاقه‌مند بشوم و آن را ادامه بدهم. درس گرفتن با ایشان مثل این بود که شما شنا بلد نیستید و ایشان شما را پرت می‌کنند وسط اقیانوس و کلاً شما تمام مدت تا آخر ترم باید شدیداً تلاش کنید و دائم باید دست و پا بزنید. ولی اگر زنده بمانید، حس خیلی خوبی خواهید داشت. برای تحصیل در دوره دکتری به آمریکا رفتم. آنجا چهار - پنج تا استاد بودند که کار تک تک آن‌ها برام خیلی جالب بود. با مشورت با آقای دکتر ایمان افتخاری، بالاخره یک موضوع و استاد را انتخاب کردم.

درودیان: من تازه دانشجوی دکتری شده بودم. به هندسه و توپولوژی علاقه‌مند بودم. آن موقع دکتر افتخاری که به تازگی از آمریکا به ایران آمده بودند، درسی درباره یکی از شاخه‌های هندسه ارائه دادند. این درس یک موضوع بسیار جدید بود. موضوع این درس خیلی جالب بود. بعدها فرصتی پیش آمد که چند سالی را در دانشگاه پرینستون آمریکا بگذرانم. از شانس خوب من، با کسی که استاد راهنمای دکتر افتخاری بود آشنا شدم و ایشان موضوعی را برای پژوهش دکتری به من پیشنهاد دادند و دوره دکترا را با ایشان پیش بردم.

● **کمالی‌نژاد:** من از زمانی که کم سن و سال بودم به ریاضیات علاقه زیادی داشتم و همچنان این علاقه ادامه دارد. اما در آن زمان، تصور خیلی خام و کودکانه‌ای در مورد فعالیت ریاضی داشتم: فکر می‌کردم اگر من را جایی تنها رها کنند و امکانات کافی



هم داشته باشم، می‌توانم کار ریاضی خودم را انجام بدهم و نیازی نیست که تعامل چندانی با کسی داشته باشم. به نظرم این تصور، خیلی کودکانه بود. واقعیت این است که جنبه اجتماعی ریاضیات مهم است.

● **افتخاری:** اما قصه من: من از دوران دانش‌آموزی، وارد فضاهای آموزش‌های ریاضی شدم و تصمیم به تحصیل در این رشته گرفتم. اما فضای تحقیق تقریباً در حد صفر یا نزدیک به صفر بود و تازه پایه‌های پژوهشی ریاضی در کشور داشت شکل می‌گرفت. تقریباً هم زمان با ورود ما به دانشگاه اولین فارغ‌التحصیلان دکتری داخل کشور دکترای خود را گرفته بودند. برای من و برخی از دوستانم در دانشکده ریاضی این سؤال مطرح بود که برای ادامه تحصیل به خارج بروند یا داخل کشور بمانند. البته من از کسانی بودم که هفت سال خارج از ایران درس خواندم. وقتی برگشتم، در بعضی از موضوع‌ها فعالیت‌های گروهی شکل گرفته بود. در بعضی از موضوعات، گروه‌های بزرگی فعال بودند اما در هندسه و توپولوژی عملاً کار گروهی‌ای وجود نداشت. من هم به ناچار به تنهایی روی موضوعات، فکر و کار می‌کردم. شرایط آن وقت طوری بود که کمتر با دوستان خارج از ایرانم ارتباط داشتم. همه این‌ها باعث می‌شد احساس کنم پیشرفت قابل توجهی ندارم.

ریاضی، کاری گروهی است یا انفرادی؟

● **برهان:** شما گفتید پیشرفتی نداشتید. چه کردید که به موفقیت‌های امروز رسیدید؟

● **افتخاری:** متوجه شدم بدون کار گروهی پیشرفتی به دست نمی‌آید. پس تصمیم گرفتم گروهی تشکیل دهم.

منتها این موضوع با چند اتفاق همراه شد. آن موقع دانشجوهای خوبی در دانشکده‌های ریاضی بودند که دانش ریاضی خوب و شخصیت علمی مستقلی داشتند. بین آن‌ها خانم درودیان و آقای ستایش به زمینه‌های هندسی که مرتبط با کار من بود علاقه‌مند شدند. از آن دانشجویان یکی دونفر داخل کشور ماندند و چند نفری هم به خارج رفتند منتها ارتباط خودشان را حفظ



کردند. دوستانی که داخل و خارج از ایران بودند و در موضوع‌های مرتبط کار می‌کردند، فارغ‌التحصیل شدند و مجموع افرادی که علائق پژوهشی مشترکی داشتند در ایران بیشتر شد ولی هنوز پراکنده بودند تا کم‌کم ارتباط‌ها شکل گرفت. اولین کار جدی‌ام را با خانم شیخ ارشیا که دانشجوی دکتری من بود انجام دادم. بعد از برگشتن دکتر ستایش به ایران، فعالیت‌های مشترکی هم با ایشان انجام دادیم. بعد از این فعالیت‌های گروهی، زندگی به معنای یک زندگی خیلی دلپذیرتر شد. خوشبختانه امروزه در کشورمان، گروه‌های پژوهشی هرچند کوچک تشکیل شده است. این موقعیت برای پژوهشگران ریاضی، یک زندگی اجتماعی دلپذیر در رشته مورد علاقه‌شان ایجاد می‌کند.

ستایش: خوبی کار گروهی این است که وقتی دو یا سه نفر ایده‌هایی درباره یک موضوع دارند، کار، پیوسته و سریع‌تر پیش می‌رود در حالی که همان موضوع توسط یک نفر ممکن است تا سه سال طول بکشد.

روند کار گروهی پژوهش ریاضی

ستایش: بارها پیش آمده که مسئله‌ای را حل می‌کردیم. چند روز بعد ایرادی در آن راه حل به ذهن یکی از ما می‌رسید. برای رفع آن ایراد یا حل مجدد مسئله، دوباره هم‌فکری می‌کردیم. در طول دو سال کار مشترک این روند تکرار شد. اگر همین روند را خودم به تنهایی انجام دهم، خیلی بیشتر طول می‌کشد. مثلاً دو هفته طول می‌کشد تا متوجه شوم در کارم اشتباهی هست. چون من از یک جهت خیلی خاص دارم به مسئله نگاه می‌کنم. در صورتی که یک نفر دیگر که کمی زاویه دید متفاوت دارد زودتر متوجه ایراد می‌شود. زمانی که کار پژوهشی به نتیجه می‌رسد، گزارش آن به صورت مقاله در می‌آید و توسط گروهی از ریاضی‌دان‌ها داوری می‌شود. سایتی بنام آرکایو هست که می‌توان مقاله‌های ریاضی را آن‌جا گذاشت تا افراد ببینند و در موردش نظر بدهند.



ما یکی از کارهایمان را آنجا گذاشتیم. فردای آن روز ریاضی‌دانی به نام فبر به ما ایمیل زد. ما همدیگر را نمی‌شناختیم. نظر او این بود که حدس ما نمی‌تواند درست باشد و رابطه دیگری باید به آن اضافه شود. ما این رابطه را اضافه کردیم و کارمان دقیق‌تر شد. یعنی آدمی که کارش به موضوع کار ما خیلی نزدیک بود این اشکال را فهمید.

● **کمالی نژاد:** در دنیای امروز ابزارهای ارتباطی متنوعی در دسترس هستند. شما می‌توانید به کمک این ابزارها، با همکاران تماس صوتی و تصویری در مکان دیگری داشته باشید. حتی می‌توانید نوشته‌های خودتان را به صورت برخط باهم به اشتراک بگذارید. این سؤال پیش می‌آید که چرا هنوز درباره موضوع کنار هم بودن اعضای گروه صحبت می‌شود؟ بی‌تردید این ابزارهای ارتباطی، امکان‌های جدیدی را ایجاد کردند. اما فراموش نکنیم امروزه ریاضیات، مانند خیلی از حوزه‌های دیگر فکری و علمی، یک فعالیت اجتماعی است. قرار گرفتن در جمعی از پژوهشگران ریاضی و تعامل رو در رو با آن‌ها، در فعالیت ریاضی افراد، مؤثرتر است.

● **افتخاری:** ریاضیات و حتی علوم دیگر به شکل نوین آن، در کشور ما جوان هستند. در واقع تجربه پژوهشی ما عمر طولانی‌ای ندارد. الآن در خیلی از شاخه‌ها جریان‌اتی شکل گرفته است. در بعضی از شاخه‌ها به تازگی یک جریان‌سازی شروع شده است. در خارج از کشور جریان‌های تحقیقاتی گسترده‌تری وجود دارد و افراد زیادی در آن شاخه‌ها به فعالیت علمی می‌پردازند. به همین دلیل افرادی که خارج از ایران کار علمی انجام می‌دهند، به رشد فردی و علمی باکیفیت‌تری می‌رسند.

جایگاه امروز گروه کجا است؟

● **ستایش:** الان جلسات ما با موضوع «توپولوژی بُعد پایین» هر هفته در مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات برگزار می‌شود. با احتساب دانشجویهایی که می‌آیند، ده تا پانزده نفر هستیم. هر هفته یک نفر در مورد یک مقاله که خوانده است یا کارهایی که انجام داده است توضیح می‌دهد و درباره‌اش بحث می‌کنیم.

● **افتخاری:** موضوعی که در گروه روی آن کار می‌کنیم، تخصص هیچ کدام از ما نبود. پس همه ما باید دانش جدیدی یاد می‌گرفتیم تا به مرزهای آن موضوع برسیم و بتوانیم کار تحقیقی انجام دهیم. اگر هر کدام از ما به تنهایی می‌خواستیم این کار را انجام دهیم، دست کم سه-چهار سال طول می‌کشید. اما در این دو سال که با هم کار می‌کنیم، پیشرفت بیشتری داشته‌ایم. هر کدام توانسته‌ایم بین این موضوع و زمینه تخصصی خود، ارتباط‌هایی پیدا کنیم. نکته جالبی که چند بار برایمان پیش آمده این است که ما چیزی را با هیجان کشف می‌کردیم. ولی بعد از چند وقت مقاله‌ای پیدا می‌کردیم که چند سال پیش نوشته شده بود. یک نفر همان کار را به همان شکل انجام داده بود. از یک طرف خیلی ناامید کننده بود چون آن همه زحمت کشیده بودیم ولی از جنبه





دیگر قابل توجه بود که گروه ما به همان جایی رسیدند که ریاضی‌دانان دیگری در جای دیگری از دنیا دارند روی آن موضوع کار می‌کنند. پس ما مسیر را اشتباه نرفته بودیم و این خیلی امیدوارکننده بود.

● **کمالی نژاد:** این دوره‌های خیلی خوبی برای من داشت. در این جلسه‌ها چیزهای جالبی یاد گرفتم و از حضور در جمع لذت بردم. اما علاوه بر این‌ها، دست‌آورد مهم دیگر، کار ریاضی گروه است که البته هنوز به سرانجام نرسیده. به این معنی که هنوز مقاله چاپ شده‌ای از آن وجود ندارد. ولی من در یکی دو تا گروه‌هایی که ریاضی‌دانان بین‌المللی هم حضور داشتند، دربارهٔ کلیات کارمان صحبت کردم. این کار در ریاضی متداول است که قبل از آن که همه کار دقیقاً تمام شده باشد، در مورد بعضی قسمت‌های آن در مجامع ریاضی اطلاع‌رسانی می‌شود. کار ما تا همین جا توجه بعضی از ریاضی‌دانان خیلی خوب دنیا را به خود جلب کرده است و اگر آن جلسه‌ها و کارگروهی نبود من تصور نمی‌کنم که این نتیجه حاصل می‌شد.

● **افتخاری:** شاید در دانشگاه‌های برتر دنیا چنین گروه‌هایی به راحتی تشکیل شود، ولی اگر ده دانشگاه برتر دنیا را کنار بگذارید، درست کردن چنین گروه‌هایی واقعاً کار آسانی نیست. لذا من فکر می‌کنم با وجود همهٔ ضعف‌هایی که در موردش صحبت شد، این گروه در ابتدای راه است و اگر زمان کافی به آن بدهیم، می‌تواند دستاوردهای خیلی خوب و بین‌المللی داشته باشد و شاید بتواند ما را در سطح دانشگاه‌های متوسط آمریکا یا فرانسه یا سایر کشورهای که در تحقیق ریاضی سرآمد هستند، مطرح کند.



دکتر علی کمالی نژاد



دکتر فاطمه درودیان

دکتر ایمان افتخاری

● **دکتر ایمان افتخاری:** متولد ۱۳۵۸. کارشناسی: صنعتی شریف ۷۹-۷۶، دکتری: پرینستون ۸۳-۷۹، پسادکتری: هاروارد ۸۶-۸۳، هیئت علمی پژوهشگاه دانش‌های بنیادی از ۸۶ تاکنون. علایق پژوهشی: توپولوژی ابعاد پایین، نظریه گره‌ها و هندسه جبری شمارشی.

● **دکتر ایمان ستایش:** متولد ۱۳۶۲. لیسانس برق و ریاضی از دانشگاه شریف (۸۵-۸۰) دکتری ریاضی (هندسه جبری) از دانشگاه پرینستون (۹۰-۸۵) و پسادکتری پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (۹۴-۹۰) مدرس در دانشگاه تربیت مدرس. زمینه تحقیق: هندسه جبری و مطالعهٔ خم‌های جبری. در هندسه جبری به مطالعه مجموعه‌هایی که صفرهای چندجمله‌ای‌ها هستند می‌پردازیم. برای مثال نمودار $y^2 = x^2 + x$ و خاصیت‌های هندسی و جبری این



دکتر ایمان ستایش

مجموعه در این شاخه بررسی می‌شوند.

● **دکتر فاطمه درودیان:** متولد ۱۳۶۲. لیسانس ریاضی محض از دانشگاه امیرکبیر، فوق‌لیسانس هندسه از دانشگاه امیرکبیر و دکترای هندسه و توپولوژی از دانشگاه صنعتی شریف، هیئت علمی دانشگاه تربیت مدرس. علایق: توپولوژی ابعاد پایین، نظریه گره‌ها.

● **دکتر علی کمالی نژاد:** متولد ۱۳۶۰. کارشناسی آمار و کارشناسی ارشد ریاضی محض دانشگاه شهید بهشتی. دکترای ریاضی دانشگاه صنعتی شریف. هیئت علمی پژوهشکدهٔ ریاضیات پژوهشگاه دانش‌های بنیادی. زمینه‌های پژوهشی: هندسهٔ جبری، رویه‌های ریمان و توپولوژی ابعاد پایین.

رشد برهان متوسطه اول، از آقای دکتر سعید شعبانی رکن‌وفا برای کمک در هماهنگی با گروه محققان این گفت و گو و آقای کورش علیانی برای همراهی در گفت‌وگو سپاسگزاری می‌کند.